با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir

t.me/irantooshe

گام به گام ریاضی نهم
فصل پنجم

عنوان فصل: عبارت‌های جبری

از صفحه‌ی ۷۹ تا صفحه‌ی ۹۴ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل عبارت‌های جبری آمده است.

مباحث فصل: عبارت‌های جبری و مفهوم اتحاد، چند اتحاد دیگر و تجزیه، نابرابری‌ها و نامعادله‌ها

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

تهیه‌شده در ایران‌توشه، توشه‌ای برای موفقیت

irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱ صفحه ۷۹ · فعالیت — ضرب تک‌جمله‌ای‌ها ۴

۲ صفحه ۸۰ · فعالیت — درجه‌ی تک‌جمله‌ای ۴

۳ صفحه ۸۰ · فعالیت — مرتب کردن چندجمله‌ای ۵

۴ صفحه ۸۰ · کار در کلاس — ساده کردن و مرتب کردن عبارت‌های جبری ۵

۵ صفحه ۸۱ · فعالیت — مفهوم اتحاد ۵

۶ صفحه ۸۲ · فعالیت — مربع دو جمله‌ای ۶

۷ صفحه ۸۳ · کار در کلاس — اتحاد مربع دو جمله‌ای ۷

۸ صفحه ۸۴ · کار در کلاس — تجزیه با اتحاد مربع دو جمله‌ای ۸

۹ صفحه ۸۴ · کار در کلاس — تجزیه با فاکتور مشترک ۸

۱۰ صفحه ۸۵ · تمرین — ساده کردن و اتحادها ۹

۱۱ صفحه ۸۶ · فعالیت — مربع سه‌جمله‌ای ۱۰

۱۲ صفحه ۸۶ · کار در کلاس — تساوی‌ها با اتحاد مناسب ۱۱

۱۳ صفحه ۸۷ · کار در کلاس — اتحاد مزدوج ۱۱

۱۴ صفحه ۸۷ · فعالیت — تجزیه با اتحاد مزدوج ۱۱

۱۵ صفحه ۸۸ · فعالیت — اتحاد جمله‌ی مشترک ۱۲

۱۶ صفحه ۸۹ · فعالیت — تجزیه به چهار روش ۱۳

۱۷ صفحه ۸۹ · تمرین — اتحادها و تجزیه ۱۳

۱۸ صفحه ۹۰ · فعالیت — مقایسه‌ی وزنه‌ها و نابرابری ۱۵

۱۹ صفحه ۹۱ · کار در کلاس — نابرابری‌ها و علامت عددها ۱۵

۲۰ صفحه ۹۱ · فعالیت — خاصیت جمع در نابرابری ۱۶

۲۱ صفحه ۹۲ · فعالیت — ضرب در نابرابری و نامعادله ۱۶

۲۲ صفحه ۹۳ · کار در کلاس — حل نامعادله ۱۷

۲۳ صفحه ۹۳ · تمرین — نابرابری و نامعادله ۱۷

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱ صفحه ۷۹ فعالیت

حاصل عبارت‌های زیر را مانند نمونه‌ها به دست آورید (ضرب تک‌جمله‌ای‌ها): ۱) $2(-4x)(7x^2)$ ۲) $\left(\frac{2}{3}x^2y\right)^3$

۳) $\left(\frac{2}{3}x\right)(-3x^2)$ ۴) $\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)(ab)(2a^2c)$ ۵) $\frac{1}{2}(5xy^4)(-2x^5y^2)$ ۶) $(2x^2y)(3x^2y^3)$

در ضرب تک‌جمله‌ای‌ها ضریب‌ها را در هم و توان متغیرهای یکسان را با هم جمع می‌کنیم.

- ۱) $2(-4x)(7x^2) = 2 \times (-28x^3) = -56x^3$
- ۲) $\left(\frac{2}{3}x^2y\right)^3 = \frac{8}{27}x^6y^3$
- ۳) $(-3x^2)\left(\frac{2}{3}x\right) = -2x^3$
- ۴) $\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)(ab)(2a^2c) = -a^5b^2c$
- ۵) $\frac{1}{2}(5xy^4)(-2x^5y^2) = -5x^6y^6$
- ۶) $(2x^2y)(3x^2y^3) = 6x^4y^4$

قسمتی از عبارت‌های این پرسش در متن خوانا نبود؛ بهترین برداشت ممکن حل شده است. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲ صفحه ۸۰ فعالیت

جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید (درجه‌ی تک‌جمله‌ای نسبت به هر متغیر و نسبت به همه‌ی متغیرها):

$a^3x^2y^4$ ، $5x^2y^2z^4$ ، $-12x^3y$ ، $\frac{3}{5}xy^2$

تک‌جمله‌ای	x درجه نسبت به	y درجه نسبت به	y و x درجه نسبت به متغیرهای
$a^3x^2y^4$	۲	۴	۶=۲+۴
$5x^2y^2z^4$ (نسبت به z: ۴)	۲	۲	۴
$-12x^3y$	۳	۱	۴
$\frac{3}{5}xy^2$	۱	۲	۳

قسمتی از عبارت‌های این پرسش در متن خوانا نبود؛ بهترین برداشت ممکن حل شده است. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۳ صفحه ۸۰ فعالیت

چندجمله‌ای‌های زیر را مانند نمونه نسبت به متغیر x مرتب کنید (توان‌های نزولی x): الف) $3bxy - 3 + ax^2y - 4bx^3y^2$ **ب)** $2x^3 + 5 - 2x + 3x^2$

- الف) $2x^3 + 3x^2 - 2x + 5$
- ب) $-4by^2x^3 + ayx^2 + 3byx - 3$

قسمتی از عبارت‌های این پرسش در متن خوانا نبود؛ بهترین برداشت ممکن حل شده است. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۴ صفحه ۸۰ کار در کلاس

عبارت‌های جبری زیر را ساده و سپس آنها را نسبت به توان‌های نزولی x مرتب کنید: ب) $[4a^2 + 5ax - (3a^2 - 8ax)]$ **ج)** $2a - 5 - 3ax + x^2$ **د)** $(4x + 5x^2)(x^3 - x + 1)$

هـ) $(x + x^2)(x^4 + x^2 + 1)$ **(نمونه‌ی الف:** $(x^2 - 2x + 1)(x^3 + x^2 - 2)$

$2a - 5 - 3ax + x^2 - (4x^2 + 5ax - 3a^2) = -3x^2 - 8ax + 3a^2 + 2a - 5$ **)**

- ب) $4a^2 + 5ax - 3a^2 + 8ax = a^2 + 13ax$ ؛ پس

  $2a - 5 - 3ax + x^2 - a^2 - 13ax = x^2 - 16ax - a^2 + 2a - 5$
- ج) $4x^4 - 4x^2 + 4x + 5x^5 - 5x^3 + 5x^2 = 5x^5 + 4x^4 - 5x^3 + x^2 + 4x$
- د) $x^5 + x^3 + x + x^6 + x^4 + x^2 = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x$
- هـ) $x^5 + x^4 - 2x^2 - 2x^4 - 2x^3 + 4x + x^3 + x^2 - 2 = x^5 - x^4 - x^3 - x^2 + 4x - 2$

عبارت‌های (هـ) و (ج) با تردید خوانده شد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

۵ صفحه ۸۱ فعالیت

۱ــ به ازای مقادیر داده‌شده برای x (۰ و ۵ و ۳ و ۲)، جدول زیر را کامل کنید: ستون‌های $(x + 3)^2$ **و** $x^2 + 6x + 9$ **. مقدارهای دو ستون آخر را مقایسه کنید؛ نتیجه چیست؟ حاصل عبارت‌های جدول را برای چند مقدار دیگر x ادامه دهید. چه حدسی می‌زنید؟ حاصل** $(x + 3)(x + 3)$ **را به دست آورید و آن را با** $(x + 3)^2$

عبارت $x^2 + 6x + 9$ مقایسه کنید. برابری $x^2 + 1 = -3x + \ldots$ (معادله) را به ازای $x=2$ بررسی کنید؛ آیا این برابری یک اتحاد است؟

x	$(x + 3)^2$	$x^2 + 6x + 9$
۰	۹	۹
۵	۶۴	۶۴
۳	۳۶	۳۶
۲	۲۵	۲۵

مقدارهای دو ستون آخر برای هر x برابرند؛ حدس می‌زنیم $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ به ازای هر x برقرار است. برای مثال $x=-۱$: $(2)^2 = 4$ و $4 = 9 - 6 + 1$.

$(x + 3)(x + 3) = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$ ؛ پس دو عبارت همیشه مساوی‌اند و برابری یک اتحاد است.

برابری‌ای مثل یک معادله فقط به ازای بعضی مقدارهای x برقرار است (نه همه‌ی x) و در نتیجه اتحاد نیست؛ برای بررسی کافی است یک مقدار پیدا کنیم که دو طرف را برابر نکند.

معادله‌ی انتهای این فعالیت در متن خوانا نبود. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۶ صفحه ۸۲ فعالیت

۲ــ حاصل عبارت‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید: الف) $(a + 4)^2$ ب) $(5x + 2)^2$ ج) $(a + b)^2$

۳ــ با دقت در برابری $(5x + 2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$ به سؤال‌ها پاسخ دهید: جمله‌ی اول سمت راست ($25x^2$) چه رابطه‌ای با $5x$ دارد؟ جمله‌ی دوم (۲۰x) چه رابطه‌ای با ۲ و $5x$ دارد؟ جمله‌ی سوم (۴) چه رابطه‌ای با ۲ دارد؟

برای هر دو عدد مثبت a و b، به کمک مساحت‌های مشخص‌شده در شکل (مربعی به ضلع a+b) درستی اتحاد $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ را نشان دهید.

۴ــ مانند سؤال ۲، طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید: الف) $(5x - 2)^2$ ب) $(5 - 3x)^2$ ج) $(a - b)^2$.

ارتباط بین جمله‌های به دست آمده در طرف راست و جمله‌های عبارت داده‌شده را بیان کنید.

۲

- الف) $(a + 4)(a + 4) = a^2 + 4a + 4a + 16 = a^2 + 8a + 16$
- ب) $(5x + 2)(5x + 2) = 25x^2 + 10x + 10x + 4 = 25x^2 + 20x + 4$

ج) $(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

۳

- جمله‌ی اول مربع جمله‌ی اول عبارت است: $(5x)^2 = 25x^2$.
- جمله‌ی دوم دو برابر حاصل‌ضرب دو جمله است: $2 \times 5x \times 2 = 20x$.
- جمله‌ی سوم مربع جمله‌ی دوم است: $2^2 = 4$.

مربع بزرگ به ضلع a+b از چهار قسمت تشکیل شده است: مربعی به ضلع a (مساحت $S_1 = a^2$)، مربعی به ضلع b (مساحت $S_2 = b^2$) و دو مستطیل a×b (مساحت هر کدام $S_3 = ab$). پس $(a+b)^2 = S_1 + 2S_3 + S_2 = a^2 + 2ab + b^2$.

۴

- الف) $(5x-2)(5x-2) = 25x^2 - 20x + 4$
- ب) $(5-3x)^2 = 25 - 30x + 9x^2$
- ج) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مربع تفاضل دو جمله = مربع جمله‌ی اول + مربع جمله‌ی دوم − دو برابر حاصل‌ضرب دو جمله.

۷ صفحه ۸۳ کار در کلاس

۱ــ حاصل عبارت‌های زیر را با توجه به اتحاد مربع دو جمله‌ای به دست آورید: الف) $(2x+1)^2$ **ب)** $(4a+3b)^2$ **ج)** $\left(\frac{x}{2}-1\right)^2$ **د)** $\left(xy-\frac{1}{2}\right)^2$

۲ــ جاهای خالی را با توجه به نمونه پر کنید: الف) $(1+b)^2$ **ب)** $\left(xy-\frac{1}{2}\right)^2$ **ج)** $\left(x-\frac{2}{x}\right)^2$ $(x \neq 0)$ **د)**

$(6x-y)^2 = 36x^2 - 12xy + \ldots$

۱

- الف) $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$
- ب) $(4a+3b)^2 = 16a^2 + 24ab + 9b^2$
- ج) $\left(\frac{x}{2}-1\right)^2 = \frac{x^2}{4} - x + 1$
- د) $\left(xy-\frac{1}{2}\right)^2 = x^2y^2 - xy + \frac{1}{4}$

۲

- الف) $(1+b)^2 = 1 + 2b + b^2$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

- ب) $x^2y^2 - xy + \frac{1}{4}$
- ج) $x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}$
- د) $(6x - y)^2 = 36x^2 - 12xy + y^2$

قسمتی از عبارت‌های این پرسش در متن خوانا نبود؛ بهترین برداشت ممکن حل شده است. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

---

۸ صفحه ۸۴ — کار در کلاس

با توجه به نمونه توضیح دهید که چگونه در سه‌جمله‌ای داده‌شده، جمله‌های اتحاد را تشخیص می‌دهید تا به کمک آن عبارت تجزیه شود: الف) $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ **ب)** $4 - 4x + x^2$ **ج)** $25 + 20n^2 + 4n^4$ **د)** $8ax^2 + 24axy + 18ay^2$

ابتدا بررسی می‌کنیم که جمله‌ی اول و جمله‌ی آخر مربع کامل‌اند و جمله‌ی وسط دو برابر حاصل‌ضرب ریشه‌ی آنهاست؛ سپس به‌صورت $(A \pm B)^2$ می‌نویسیم.

- الف) $x^2 = (x)^2,\ 9 = 3^2,\ 6x = 2 \cdot x \cdot 3$
- ب) $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 = (x - 2)(x - 2)$
- ج) $4n^4 - 20n^2 + 25 = (2n^2 - 5)^2 = (2n^2 - 5)(2n^2 - 5)$
- د) $8ax^2 + 24axy + 18ay^2 = 2a(4x^2 + 12xy + 9y^2) = 2a(2x + 3y)^2$

ضریب جمله‌ی وسط در (ج) با تردید خوانده شد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

---

۹ صفحه ۸۴ — کار در کلاس

چندجمله‌ای‌های زیر را مانند نمونه تجزیه کنید (ب.م.م = بزرگ‌ترین عامل مشترک): الف) $8x^2 + 12x = 4x(2x + 3)$ **(نمونه) ب)** $6a^4 - 18a^3$ **ج)** $7x^4 - 14x^3 + 21x^2$ **د)** $5x^2y - 10xy^2 + 15xy$

- ب) $6a^4 - 18a^3 = 6a^3(a - 3)$
- ج) $7x^4 - 14x^3 + 21x^2 = 7x^2(x^2 - 2x + 3)$
- د) $5x^2y - 10xy^2 + 15xy = 5xy(x - 2y + 3)$

جمله‌ی آخر (د) با تردید خوانده شد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۰ صفحه ۸۵ تمرین

۱ــ عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید: ب) $(7a^2 - 4b^3 + 5c^3) - (3a^2 - 9b^3 - 11c^3)$ **د)**

$x - [(y - x) - (y - 1)]$

۲ــ محیط و مساحت هر شکل را بیابید (الف: مثلث قائم‌الزاویه‌ای با ضلع‌های ۳xy و ۴xy و ۵xy).

۳ــ طرف دیگر عبارت‌های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید: الف) $(5y - 3x)^2$ **د)**

$(2.7)^2 + 2(2.7)(3.3) + (3.3)^2$

۴ــ به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای، درستی تساوی‌های زیر را ثابت کنید: الف) $(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$

ب) $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 \quad (a \neq 0)$

۵ــ عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید: ج) $a(x + 1) + b(x + 1)^2$ **د)** $3a^3 - 2a^2 + a$ **هـ)**

$25x^4 + 30x^3 + 9x^2$ **و)** $x^2y^2 - 4xy + 4$

۶ــ با تبدیل b به b- در اتحاد $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$**، طرف دوم تساوی** $(a + (-b))^2$ **را کامل کنید.**

۱

- ب) $7a^2 - 4b^3 + 5c^3 - 3a^2 + 9b^3 + 11c^3 = 4a^2 + 5b^3 + 16c^3$
- د) $x - [y - x - y + 1] = x - [-x + 1] = 2x - 1$

قسمت‌های (الف) و (ج) این پرسش در متن خوانا نبود و حل نشد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

---

۲ الف

محیط = $3xy + 4xy + 5xy = 12xy$ ؛ مساحت = $\frac{1}{2} \times 3xy \times 4xy = 6x^2y^2$.

شکل (ب) در متن خوانا نبود. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳

- الف) $(5y - 3x)^2 = 25y^2 - 30xy + 9x^2$
- د) $(2.7)^2 + 2(2.7)(3.3) + (3.3)^2 = (2.7 + 3.3)^2 = 6^2 = 36$

۴

- الف) $(x^2 + 2xy + y^2) - (x^2 - 2xy + y^2) = 4xy$
- ب) $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}$

۵

- ج) $a(x + 1) + b(x + 1)^2 = (x + 1)[a + b(x + 1)] = (x + 1)(a + bx + b)$

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

د) $3a^3 - 2a^2 + a = a(3a^2 - 2a + 1)$

هـ) $x^2y^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)^2$

و) $25x^4 + 30x^3 + 9x^2 = x^2(25x^2 + 30x + 9) = x^2(5x + 3)^2$

۶

$(a + (-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ؛ این همان اتحاد مربع تفاضل است.

قسمت‌های (الف)، (ب) و (ج) پرسش ۳ و ۵ و بعضی قسمت‌های دیگر در متن خوانا نبود؛ فقط قسمت‌های خوانا حل شده است. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۱ صفحه ۸۶ فعالیت

۱ــ حاصل عبارت $(a + b + c)^2$ را با دو روش ارائه‌شده انجام دهید و آنها را کامل کنید: روش اول: $(a + b + c)(a + b + c)$ روش دوم: $((a + b) + c)^2 = (a + b)^2 + 2(a + b)c + \dots$ به کمک نتیجه‌ی این فعالیت، حاصل $(a + b - c)^2$ را به دست آورید.

۲ــ با استفاده از ضرب عبارت‌های جبری، حاصل $(a + b)(a - b)$ را به دست آورید. اگر a و b مثبت و a>b باشد (بنا به شکل)، به کمک شکل‌ها درستی اتحاد $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ را نتیجه بگیرید. این اتحاد را به‌صورت کلامی بیان کنید.

۱

روش اول:

$(a + b + c)(a + b + c) = a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

روش دوم: $(a + b)^2 + 2(a + b)c + c^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$ (همان نتیجه).

با تبدیل c به $-c$: $(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$.

۲

$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$.

از مربعی به ضلع a مربعی به ضلع b را جدا می‌کنیم؛ مساحت باقی‌مانده $s_1 = a^2 - b^2$ است. این شکل را می‌بریم و به مستطیلی به ابعاد a+b و a−b تبدیل می‌کنیم؛ مساحت آن $s_2 = (a - b)(a + b)$ است. چون $s_1 = s_2$ پس $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

اتحاد مزدوج: حاصل‌ضرب مجموع دو جمله در تفاضل آنها برابر است با مربع جمله‌ی اول منهای مربع جمله‌ی دوم.

۱۲ صفحه ۸۶ کار در کلاس

۱ــ تساوی‌های زیر را با استفاده از اتحاد مناسب کامل کنید: ۱) $(1 + a)(1 - a) = 1 - \ldots$ ۲) $(2a + 5)(2a - 5) = \ldots - 25$ ۳) $(t + \ldots)(t - \ldots) = t^2 - 9$ ۴) $(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + \ldots$

- ۱) $(1 + a)(1 - a) = 1 - a^2$
- ۲) $(2a + 5)(2a - 5) = 4a^2 - 25$
- ۳) $(t + 3)(t - 3) = t^2 - 9$
- ۴) $(a - b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$

۱۳ صفحه ۸۷ کار در کلاس

۲ــ حاصل عبارت‌های زیر را مانند نمونه با استفاده از اتحاد مزدوج به دست آورید: ۱) $(10 - x)(x + 10) = 100 - x^2$ **(نمونه)** ۲) $(-y - 2z)(-2z + y)$ ۳) $(-7y + t)(t + 7y)$ ۴) $(-4y - 2z)(2z - 4y)$ ۵) $(x - 2y + 5)(x + 2y - 5)$

- ۲) $(-2z - y)(-2z + y) = 4z^2 - y^2$
- ۳) $(t - 7y)(t + 7y) = t^2 - 49y^2$
- ۴) $(-4y - 2z)(-4y + 2z) = 16y^2 - 4z^2$
- ۵) $[x - (2y - 5)][x + (2y - 5)] = x^2 - (2y - 5)^2 = x^2 - 4y^2 + 20y - 25$

۱۴ صفحه ۸۷ فعالیت

۱ــ محسن قصد دارد عبارت $4x^2 - (7 - 3y)^2$ را تجزیه کند. او با اتحاد مزدوج آن را به‌صورت $(2x - 7 + 3y)(2x + 7 - 3y)$ تجزیه می‌کند. به نظر شما محسن A و B را چگونه انتخاب کرده است؟ با توجه به $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$ جای خالی را پر کنید: ۱) $x^2 - 9$ ۳) $(2x + 1)^2 - y^2$ ۴) $1 - (3a + z)^2$ ۵) $(2x + 1)^2 - (3x + 4)^2$ ۶) $x^4 - y^4$

محسن $A = 2x$ (چون $4x^2 = (2x)^2$) و $B = 7 - 3y$ را انتخاب کرده است؛ آنگاه $(A - B)(A + B) = (2x - (7 - 3y))(2x + (7 - 3y))$.

- ۱) $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$
- ۳) $(2x + 1)^2 - y^2 = [(2x + 1) - y][(2x + 1) + y]$

۴) $1 - (3a + z)^2 = [1 - (3a + z)][1 + (3a + z)] = (1 - 3a - z)(1 + 3a + z)$

۵) $[(2x + 1) - (3x + 4)][(2x + 1) + (3x + 4)] = (-x - 3)(5x + 5)$

۶) $x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$

قسمت (۲) این پرسش در متن خوانا نبود. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

---

۱۵ صفحه ۸۸ فعالیت

۱ــ به تساوی‌های زیر دقت کنید. توضیح دهید عبارت سمت راست چگونه به دست آمده است؟ الف) $x^2 + 7x + 10 = x^2 + 5x + 2x + 10 = (x + 2)(x + 5)$ **ب)** $x^2 - 36 = x^2 - 4x + 9x - 36 = (x + 9)(x - 4)$ **تساوی** $(x + a)(x + b) = x^2 + (\dots)x + \dots$ **را کامل کنید.**

۲ــ اگر طرف راست را داشته باشیم و بخواهیم آن را به حاصل‌ضرب دو عبارت تجزیه کنیم، اعداد a و b را چگونه تشخیص دهیم؟ الف) $x^2 + 7x + 10$ **ب)** $x^2 + 7x + 12$ **ج)** $y^2 + y - 6$ **د)** $y^2 - y - 6$ **هـ)** $y^2 + 5y + 6$

۳ــ به کمک اتحادها، تساوی‌های زیر را کامل کنید: 102×98 ، 497×503 ، $(1001)^2$

۱

ضرب می‌کنیم و جمله‌های هم‌درجه را جمع می‌کنیم: ضریب x برابر مجموع دو عدد (۲+۵=۷ و ۹+(-۴)=۵) و جمله‌ی آخر برابر حاصل‌ضرب دو عدد (۲×۵=۱۰ و ۹×(-۴)=-۳۶) است. پس: $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$.

۲

دو عدد می‌یابیم که حاصل‌ضربشان جمله‌ی آخر و مجموعشان ضریب x باشد:

- الف) $x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$
- ب) $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$
- ج) $y^2 + y - 6 = (y + 3)(y - 2)$
- د) $y^2 - y - 6 = (y - 3)(y + 2)$
- هـ) $y^2 + 5y + 6 = (y + 2)(y + 3)$

۳

- $98 \times 102 = (100 - 2)(100 + 2) = 100^2 - 2^2 = 9996$
- $497 \times 503 = (500 - 3)(500 + 3) = 250000 - 9 = 249991$

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

- $(1001)^2 = (1000 + 1)^2 = 1000000 + 2000 + 1 = 1002001$

۱۶ صفحه ۸۹ فعالیت

۳ــ تجزیه‌ی عبارت $x^2 + 10x - 24$ را چهار نفر از دانش‌آموزان به کمک اتحاد جمله‌ی مشترک به چهار صورت زیر انجام داده‌اند. کدام‌یک درست و کدام نادرست است؛ چرا؟ نفر اول: $(x + 6)(x - 4)$ نفر دوم: $(x + 6)(x + 4)$ نفر سوم: $(x + 12)(x - 2)$ نفر چهارم: $(x - 12)(x + 2)$

دو عدد باید حاصل‌ضربشان ۲۴- و مجموعشان ۱۰ باشد: ۲- و ۱۲. پس نفر سوم درست است: $(x - 2)(x + 12) = x^2 + 10x - 24$.

- نفر اول: مجموع ۴-+۶=۲ ≠ ۱۰ ؛ نادرست.
- نفر دوم: حاصل‌ضرب ۴×۶=۲۴ ≠ ۲۴- ؛ نادرست.
- نفر چهارم: مجموع ۲-۱۲=-۱۰ ≠ ۱۰ ؛ نادرست.

عبارت داده‌شده در متن خوانا نبود و از روی چهار جواب بازسازی شد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۷ صفحه ۸۹ تمرین

۱ــ حاصل عبارت‌های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید: الف) $\left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$ ب) $(5x + 4)(5x + 3)$ ج) $(z - 3)(z + 3)$ د) $(3x + y - z)(3x + y + z)$ هـ) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$ و) $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 3)$

۲ــ در قسمت‌های جای خالی، با استفاده از اتحادها، عبارت‌های مناسب بگذارید: الف) $(xy - z)(xy + z) = \ldots - z^2$ ب) $(x + a)(x - b) = x^2 + \ldots - \ldots$ ج) $(x^2 + \ldots)(x^2 - 5) = x^4 + 2x^2 - \ldots$

۳ــ عبارت‌های زیر را به کمک اتحادها تجزیه کنید: الف) $a^2 - 8a + 15$ ب) $x^2 + x + \frac{1}{4}$ ج) $x^2 + 10x + 24$ د) $x^2 - 2x - 8$ هـ) $ax^4 - a$ و) $x^2 - 13x + 36$ ز) $x^2 - 12x + 36$ ح) $(x + y)^2 - 9$ ط) $x^4 - 5x^2 + 4$ ی) $bx^2 - 5bx - 50b$

۴ــ در اتحاد جمله‌ی مشترک اگر a=b باشد، چه اتحادی به دست می‌آید؟ اگر a و b قرینه باشند، کدام اتحاد به دست می‌آید؟

۵ــ به کمک مساحت‌ها در شکل (مستطیلی به ابعاد x+a و x+b)، اتحاد جمله‌ی مشترک را به دست آورید.

۱

- الف) $x^2 - \frac{1}{16}$
- ب) $25x^2 + 35x + 12$

- ج) $z^2 - 9$
- د) $(3x + y)^2 - z^2 = 9x^2 + 6xy + y^2 - z^2$
- هـ) $(x^2 - 1)(x^2 + 1) = x^4 - 1$
- و) $(x^2 - 4)(x^2 + 3) = x^4 - x^2 - 12$

۲

- الف) $x^2y^2 - z^2$
- ج) $x^2 + (a - b)x - ab$
- د) $(x^2 + 7)(x^2 - 5) = x^4 + 2x^2 - 35$

قسمت (ب) پرسش ۲ در متن خوانا نبود و حل نشد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۳

- الف) $(a - 3)(a - 5)$
- ب) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$
- ج) $(x + 4)(x + 6)$
- د) $(x - 4)(x + 2)$
- هـ) $a(x^4 - 1) = a(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$
- و) $(x - 4)(x - 9)$
- ز) $(x - 6)^2$
- ح) $(x + y - 3)(x + y + 3)$
- ط) $b(x^2 - 5x - 50) = b(x - 10)(x + 5)$
- ی) $(x^2 - 1)(x^2 - 4) = (x - 1)(x + 1)(x - 2)(x + 2)$

۴

اگر $a=b$: $(x + a)(x + a) = x^2 + 2ax + a^2$ (مربع دو جمله‌ای). اگر $b=-a$: $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$ (اتحاد مزدوج).

۵

مساحت مستطیل بزرگ $(x + a)(x + b)$ است و از چهار قسمت تشکیل شده: $x^2 + ax + bx + ab$ ؛ پس $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

بعضی قسمت‌های این پرسش‌ها با تردید خوانده شد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۸ صفحه ۹۰ فعالیت

روی کفه‌های ترازو دو وزنه‌ی a و b کیلوگرمی قرار دارد. با توجه به شکل، وزنه‌ی a از وزنه‌ی b سنگین‌تر است. با توجه به وضعیت ترازو، هر یک از نمادهای =، <، > را در جاهای خالی فقط یک بار استفاده و وزنه‌های a و b را مقایسه کنید: a □ b ، a □ b ، a □ b. اگر وزنه‌ای p کیلوگرمی باشد به طوری که p+b=a، برای اینکه کفه‌های ترازو هم بایستند، باید وزنه‌ی p کیلوگرمی را روی کدام کفه قرار داد؟

با توجه به برابری‌های زیر مانند نمونه، یک نابرابری بنویسید: الف) $x=y+۴ \Rightarrow x>y$ ب) $m+۱=n+۳$ ج) $a-۲=b+۳$ د) $۲m=۳n$ $(m, n<۰)$

چون a سنگین‌تر از b است: $a > b$ ؛ $a \neq b$ (پس در جای دوم یکی از نمادها = قرار می‌گیرد و ادعای برابری نادرست است)؛ $b < a$.

وزنه‌ی p را باید روی کفه‌ی سبک‌تر (کفه‌ی b) گذاشت؛ چون $p + b = a$.

- ب) $m = n + 2 \Rightarrow m > n$
- ج) $a = b + 5 \Rightarrow a > b$
- د) $n = \frac{2}{3}m,\ m < 0 \Rightarrow m < n$

شکل ترازو دیده نشد (برداشت از متن). این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۹ صفحه ۹۱ کار در کلاس

۱ــ متناظر با هر یک از ناحیه‌های مشخص‌شده روی محور، یک نابرابری بنویسید.

۲ــ درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را بررسی کنید: الف) اگر $a+b>۰$ آنگاه a و b هر دو مثبت‌اند.

ب) اگر $ab>۰$ آنگاه a و b هم‌علامت هستند. ج) اگر $ab/c>۰$ آنگاه a و b و c منفی هستند. د) اگر $a/b^2<۰$ آنگاه b منفی است.

۳ــ عبارت‌های کلامی را به‌صورت جبری بنویسید: ۳ برابر عددی منهای یک از ۷ بزرگ‌تر است. قرینه‌ی دو برابر عددی به‌علاوه‌ی ۳ از ۸ کوچک‌تر است.

۲

- الف) نادرست؛ مثلاً a=۵ و b=−۲ مجموع مثبت دارند ولی b منفی است.
- ب) درست؛ حاصل‌ضرب مثبت یعنی هر دو مثبت یا هر دو منفی.
- ج) نادرست؛ مثلاً a=b=c=۱ همه مثبت‌اند.
- د) نادرست؛ چون b^2 همواره مثبت است، a منفی می‌شود و b می‌تواند هر عدد غیر صفری باشد.

۳

$3x - 1 > 7$ و $-2x + 3 < 8$.

پرسش ۱ به شکل (محور) وابسته است و دیده نشد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

---

۲۰ صفحه ۹۱ **فعالیت**

۱ــ به دو طرف نابرابری‌های زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا نابرابری باز هم برقرار است؟ (نمونه: $4 > 0 \rightarrow 0 < 4$ ، $-3 < 1 \rightarrow -3 + 3 < 1 + 3$)

بله، با اضافه کردن یک عدد دلخواه به دو طرف، نابرابری برقرار می‌ماند؛ مثلاً $4 > -6 \rightarrow 1 + 3 > 1 - 7$ و $-3 > -7 \rightarrow 5 > -98 \rightarrow 2 + 3 > 2 - 100 \rightarrow 3 > -100$.

خاصیت ۱

اگر دو طرف یک نابرابری را با عددی مانند c جمع کنیم، نابرابری همچنان برقرار است؛ یعنی اگر a<b آنگاه a+c<b+c.

---

۲۱ صفحه ۹۲ **فعالیت**

۲ــ دو طرف نابرابری $7 > 9$ را در عددهای مختلف ضرب کنید؛ آیا نابرابری تغییر می‌کند؟

۳ــ نابرابری $7 > 2x + 1$ را در نظر بگیرید. در جدول زیر مقدارهای ۷، ۴، ۳، ۲، ۱-=x را قرار دهید؛ آیا در هر حالت نابرابری برقرار است؟ دو طرف را با ۱- جمع کنید و حاصل را در $\frac{1}{2}$ ضرب کنید؛ مجموعه جواب را روی محور نشان دهید.

۲

ضرب در عدد مثبت نابرابری را حفظ می‌کند: $14 < 18 \rightarrow 2 \times 7 < 2 \times 9$ ؛ ضرب در عدد منفی جهت آن را برعکس می‌کند: $-7 > -9 \rightarrow (-1) \times 7 > (-1) \times 9$.

خاصیت ۲: اگر a<b و c>۰ آنگاه ac<bc. خاصیت ۳: اگر a<b و c<۰ آنگاه ac>bc.

۳

x	-۱	۲	۳	۴	۷
$2x + 1 > 7$	$-1 > 7$	$5 > 7$	$7 > 7$	$9 > 7$	$15 > 7$
درستی	نادرست	نادرست	نادرست	درست	درست

$x > 3 \Rightarrow 2x > 6 \Rightarrow 2x + 1 > 7$ ؛ مجموعه جواب $D = \{x \in R \mid x > 3\}$ است. روی محور از ۳ (نقطه‌ی توخالی) به سمت راست پررنگ می‌شود.

جهت نابرابری نامعادله از روی مقدار پاسخ‌ها بازسازی شد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۲ صفحه ۹۳ — کار در کلاس

مجموعه جواب نامعادله‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید: الف) $2x + 7 \geq 15$ **ج)** $1 \leq 2x + 1$ **د)** $3(x - 1) \leq 2x + 1$

$$\frac{2x+1}{3} - \frac{x}{4} \leq \frac{x-7}{6}$$

- الف) $2x \geq 8 \Rightarrow x \geq 4$ ؛ $D = \{x \in R \mid x \geq 4\}$
- ج) $3x - 3 \leq 2x + 1 \Rightarrow x \leq 4$ ؛ $D = \{x \in R \mid x \leq 4\}$
- د) دو طرف را در ۱۲ ضرب می‌کنیم:

$4(2x + 1) - 3x \leq 2(x - 7) \Rightarrow 5x + 4 \leq 2x - 14 \Rightarrow 3x \leq -18 \Rightarrow x \leq -6$ ؛ $D = \{x \in R \mid x \leq -6\}$

عبارت (د) با تردید خوانده شد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۳ صفحه ۹۳ — تمرین

۱ــ در جاهای خالی نمادهای < یا > را جایگزین کنید: الف) $a-b=1$ **است؛ در این صورت** $a \square b$. **ب)** $u-v=-2$؛ **در این صورت** $u \square v$.

۲ــ علامت عددهای حقیقی a و b و c را طوری تعیین کنید که نابرابری‌ها برقرار باشد: الف) $\frac{ac}{b^2} > 0$

۳ــ مجموعه جواب نامعادله‌ها را به دست آورید: الف) $2(x - 3) + 5 > 5 - x$ **ب)** $3 - 2x \leq 5(3 - 2x)$ **ج)**

$$\frac{y-3}{4} > \frac{y-1}{2}$$

۴ــ اگر $a^2 > b^2$ **آیا همواره می‌توان نتیجه گرفت** $a>b$؟

۵ــ اگر $a, b>0$ **و** $a^2 < b^2$ **، نشان دهید** $a<b$ **(از اتحاد مزدوج کمک بگیرید).**

۶ــ عبارت‌های کلامی را به زبان ریاضی بنویسید: الف) اگر پول علی را سه برابر کنیم، حداقل ۳۰۰۰۰ تومان از دو برابر پولش بیشتر می‌شود. ب) مجموع نصف عدد a و چهار برابر عدد b حداکثر ۶ واحد است.

۷ــ دو نفر با وزن‌های ۸۵ و ۶۵ کیلوگرم به جنگلی رفتند و موادغذایی‌ای با ۴۵۰۰ کیلوکالری انرژی دارند. اگر هر انسان روزانه حداقل به اندازه‌ی سه برابر وزن خود انرژی نیاز دارد، آنها حداکثر چند روز می‌توانند دوام بیاورند؟

۱

الف) $a - b = 1 > 0$ پس $a > b$ ؛ ب) $u - v = -2 < 0$ پس $v > u$.

۲ الف

چون $b^2 > 0$ ($b \neq 0$)، باید $ac > 0$ باشد؛ یعنی a و c هم‌علامت‌اند (هر دو مثبت یا هر دو منفی) و b هر عدد غیر صفر.

۳

- الف) $2x - 6 + 5 > 5 - x \Rightarrow 3x > 6 \Rightarrow x > 2$
- ب) $3 - 2x \leq 15 - 10x \Rightarrow 8x \leq 12 \Rightarrow x \leq \frac{3}{2}$
- ج) $y - 3 > 2y - 2 \Rightarrow y < -1$

۴

خیر؛ مثلاً $a=-3$ و $b=2$: $a^2 = 9 > 4 = b^2$ ولی $a<b$.

۵

$(b - a)(b + a) > 0 \Rightarrow b^2 - a^2 > 0 \Rightarrow a^2 < b^2$. چون a و b مثبت‌اند، $b+a>0$؛ پس باید $b-a>0$ باشد، یعنی $a<b$.

۶

الف) اگر پول علی x تومان باشد: $3x \geq 2x + 30000$ ؛ ب) $\frac{a}{2} + 4b \leq 6$.

۷

نیاز روزانه: $3 \times 85 + 3 \times 65 = 255 + 195 = 450$ کیلوکالری. تعداد روز: $\frac{4500}{450} = 10$ ؛ پس حداکثر ۱۰ روز.

قسمت‌های (د) نامعادله‌ی ۳ و بعضی قسمت‌های ۱ و ۲ در متن خوانا نبود و حل نشد. این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir